

材料力学实验指导书

主编 刘有毅 薛 纭 米红林 周晨伟

实验课程： 材料力学

适用专业： 土木工程专业

上海应用技术大学

2013 年 12 月（修订）

目 录

材料力学实验须知	1
序 言	1
实验一 低碳钢与铸铁试件的拉伸和压缩试验	2
1.1 拉伸实验	2
1.2 拉伸实验报告	4
1.3 压缩实验	6
1.4 压缩实验报告	7
实验二 扭转实验	8
2.1 扭转实验	8
2.2 扭转实验报告	11
实验三 剪切模量测量	12
3.1 剪切模量的测定实验	12
3.2 剪切模量测量实验报告	14
实验四 弯曲正应力和弹性模量测定	15
4.1 梁弯曲正应力电测	15
4.2 梁弯曲正应力电测实验报告	19
4.3 弹性模量 E 与泊桑比 μ 的测定	21
4.4 弹性模量 E 与泊桑比 μ 的测定实验报告	23
实验五 弯扭组合实验	24
5.1 弯扭组合实验	24
5.2 弯扭组合实验报告	27

材料力学实验须知

一、实验内容

1. 实验目的
2. 实验仪器设备与试件装置
3. 实验记录与实验结果计算
4. 实验相关的问题讨论与思考

二、实验报告要求

1. 实事求是并认真独立地完成实验报告，书写应整洁、清晰。
2. 实验记录要完整，应包括实验前后的数据、曲线和图形。
3. 实验结果计算要列出计算式，要按有效数字计算原则，尽量用图表或曲线等简明方式表达。
4. 实验现象的理论解释、结果的误差分析，问题讨论等均列入思考题之中。

实验规则

1. 实验前必须作好准备：复习有关理论知识、阅读实验指导书，了解实验目的、内容、步骤等。
2. 上实验课不得无故迟到早退，进入实验室后，要保持实验室安静、整洁。
3. 在指导教师讲解时，必须认真听讲。不准乱动仪器设备。实验时，必须按分组要求，在教师的指导下，有秩序地操作仪器设备。
4. 须按实验指导书列出的步骤进行实验，严格遵守操作规程，仔细观察实验现象，认真记录实验数据分析实验结果。
5. 验完毕要清理试验设备与场地，清点工、夹、量具并放回原处。
6. 实验结束，须先经指导教师审阅实验数据，然后才可以离开实验室。
7. 不遵守本规则者，进行教育，严重者，令其退出实验室。损坏仪器设备者，视情节照章赔偿。
- 8.

序 言

材料力学实验是材料力学课程教学中重要的组成部分之一。它是力学中研究和解决问题的基本手段。因为材料力学中所有重要的理论公式的建立，都是以实验为基础的。例如，材料力学有关公式的建立一般是把许多复杂情况加以简化后推导得出的。这些理论公式的准确性及实用价值都要靠实验加以验证。此外，一些新的现象及新的规律也需要通过实验来加以发现和总结。因此，材料力学实验是推动该学科发展的重要途径。

材料力学实验，按其实验任务可分为三类：

1. 研究测定材料的机械性能：如本实验指导书所包含的拉伸、压缩和扭转等实验。通过实验测定材料和构件的强度、弹性和塑性等性能指标从而确定材料或产品是否符合要求。或为工程设计提出必要的依据，也可以由此评定工艺过程的优良与否。
2. 验证理论公式：如指导书上，梁的弯曲实验就属于这一类。将实际问题抽象为理想的模型，再根据科学的假设，推导出一般性公式这是材料力学通常采用的方法。但这些简化和假设是否正确，理论公式是否能在设计中应用都需要通过实验来证明。
3. 实验应力分析：如指导书上弯扭组合变形条件下的主应力测定实验，光弹测应力实验，属于这类。工程上很多实际构件的形状和载荷情况，都是十分复杂的、计算困难的。有的目前还无法计算。所以只有用实验方法来测定构件的应力分布。解决强度计算问题，称为实验应力分析。近几十年来实验应力分析技术有了很大的发展，包括电测法、光测法、脆性层法等等。

上实验课的目的旨在掌握这三类基本实验的原理和方法，初步学会常用材料试验设备、仪器的使用，从而巩固课堂所学的理论知识，提高在实际工作中分析问题、解决问题的能力。同时也可以培养同学们对科学实验的严格态度。为了上好实验课，同学们必须充分认识材料力学实验的重要性，用认真的态度来对待实验课，按实验规则和每一次实验课的要求上好实验课。

实验一 低碳钢与铸铁试件的拉伸和压缩试验

1.1 拉伸实验

一. 实验目的与要求

1. 研究材料的拉伸过程，测定低碳钢在拉伸时的机械性能（屈服极限 σ_s 、强度极限 σ_b 以及延伸率 δ 和断面收缩率 ψ ），测定典型脆性材料（铸铁）在拉伸时的机械性能（强度极限 σ_b ）。同时对两种材料加以比较并观察实验过程中的现象（屈服、冷作硬化、颈缩等）。

2. 掌握万能材料试验机的基本原理及操作方法。

二. 实验概述：

拉伸试验是材料机械性能试验中最基本、最重要的试验。从实验的结果中，不但可以了解材料在静拉伸下的一些重要的机械性能和材料对载荷的抵抗能力的变化规律，还能足够准确地推断材料在其它形式的变形条件下的性质，甚至还可以估计非静载荷条件下材料的一些性能。这些性能是工程上合理选用材料以及进行强度计算的重要依据。在材料力学各种计算中，几乎都要用到实验所测得的数据。

本实验需测定塑性材料在拉伸状态下的两项强度指标和两项塑性指标；测定脆性材料在拉伸状态下的强度指标。

通常，用以表征材料强度极限的指标是屈服极限 σ_s 和强度极限 σ_b 。

$$\sigma_s = \frac{P_s}{A_0} \quad \sigma_b = \frac{P_b}{A_0}$$

式中： P_s ——试件材料的下屈服点对应的载荷，也称屈服载荷。

P_b ——试件材料拉伸过程中的最大载荷，也称破坏载荷。

A_0 ——试件的原始截面面积。

一般用以表征材料塑性性能的指标有延伸率 δ 及断面收缩率 ψ 。

$$\delta = \frac{L_1 - L_0}{L_0} \times 100\%$$

式中： L_0 是试件原始的计算长度

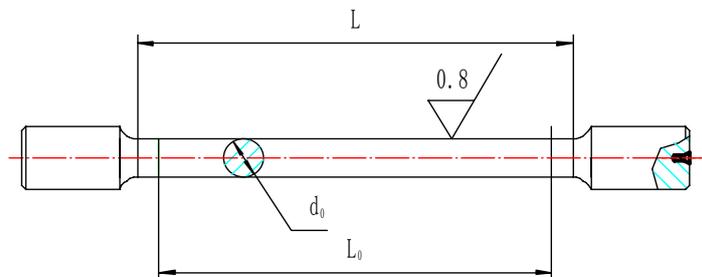
L_1 是试件拉断后的计算长度。

$$\psi = \frac{A_0 - A_1}{A_0} \times 100\%$$

式中： A_1 是试件拉断后颈缩处最小截面面积。

拉伸图由试验机上的自动绘图装置画出。

为了测得一定精度的实验数据，“国家标准”规定，本实验必须保证试验机与量具的精度。同时要求试件标准化，以便比较。常见的有圆形及板形两种，本实验室采用圆形试件。如图 1-1 所示。



圆形截面拉伸试件

图 1-1

图中 d_0 是试件直径， L_0 ——在试件中间等截面部份取工作长度称之为试件标距，作为测量拉伸变形时的原始长度，也称为计算长度。由刻线机刻出或事先打好标记。

对于圆形截面试件，规定标距 L_0 与直径 d_0 的比例分别为：

$L_0=5 d_0$ ，称为五倍试件或短试件

$L_0=10 d_0$ ，称为十倍试件或长试件

本实验室所使用的低碳钢和铸铁试件为标准圆形十倍试件。

对于板状试件（比例试样）：标距与矩形截面面积成一定比例关系。

$L_0 = 5.65\sqrt{A_0}$ 称为短试件

$L_0 = 11.3\sqrt{A_0}$ 称为长试件

其中 A_0 ——比例试样标距之内的矩形截面面积。

三. 实验设备与仪器

1. 万能材料试验机
2. 刻线机
3. 游标卡尺，磁性千分表架

四. 试验步骤

1、低碳钢拉伸试验

(1) 试件刻线：用刻线机在试件上刻好标距 L_0 。

(2) 测量直径：用游标卡尺测量直径。取标距两端及中间三个横截面的相互垂直方向各测量一次，取其平均值，再用所得的三个数据中的最小值计算试件的横截面面积。

(3) 试验机的吨位选择：估算最大载荷，试验机的吨位必须大于最大载荷，并且必须留有一定的余量。

(4) 接通试验机及控制计算机的电源，使计算机与试验机处于联机状态。

(5) 调整参数：在计算机中设定试验机运行速度等参数(相关参数已设定，实验可按已设定的参数进行)。

(6) 试件安装：通过计算机或试验机上的控制盒调整上夹头到适当位置，将试件安装于上、下夹头内，旋转夹头手柄夹紧试件两端，操作过程中要特别注意安全。

(7) 进行试验：通过软件对初始载荷、位移等参数进行清零，然后通过计算机或试验机控制盒对试件进行加载。观察加载过程中试件的弹性变形、屈服、强化、颈缩等现象。在弹性阶段后，试验机的载荷会出现快速的上下波动，表明此时材料已达到屈服阶段，软件能捕捉到其中的最小载荷并加以标记。此值称为屈服载荷 P_s 。过了屈服阶段，材料强化。载荷随变形增加而达到最大值。随后开始下降。此时试件发生颈缩，由于颈缩后作用面积缩小，应力增大，载荷快速下降，试件断裂。最大载荷值 P_b 同样由软件捕获并加以标记。

(8) 结束工作：关闭机器，取下试件，将拉断的试件断口对齐并量出拉断后的长度 L_1 以及断口直径 d_1 。

根据所记录的 P_s 、 P_b 、 L_1 、 d_1 以及原始尺寸，计算 σ_s 、 σ_b 、 δ 、 ψ 等相关指标。

2、铸铁拉伸试验：

由于铸铁在拉伸的过程中没有屈服阶段，且在无显著变形的情况下突然断裂，故对铸铁只测定其强度极限 σ_b 。即：

$$\sigma_b = P_b/A_0$$

测试方法与低碳钢试件相仿。

五、思考题

- 1、低碳钢拉伸过程大致可分为几个阶段？在拉伸图上，各个阶段力与变形之间有什么关系？出现什么现象？
- 2、低碳钢与铸铁的拉伸性能有什么不同？

六、试验报告

1.2 拉伸实验报告

班级_____姓名_____学号_____同组者_____日期_____.

一、试验目的

二、试验设备

1. 试验机名称及型号

2. 量具名称及型号

三、试验记录与计算

1、试验前试件尺寸记录：

材 料	标 距 cm	直 径 d (厘米)									最小截面积 A ₀ (cm ²)
		截 面 I			截 面 II			截 面 III			
		(1)	(2)	平均	(1)	(2)	平均	(1)	(2)	平均	
低碳钢											
铸 铁	—										

2、测 σ_s 、 σ_b 、 δ 、 ψ 所需记录

材料	屈服载荷 P _s (KN)	最大载荷 P _b (KN)	拉断后标距 L ₁ (cm)	拉断后颈缩处 直径 d (cm)	拉断后颈缩处 面积 A ₁ (cm ²)
低碳钢					
铸 铁	—		—	—	—

3、计算结果

低碳钢的屈服极限 $\sigma_s = P_s / A_0 =$ (MPa)

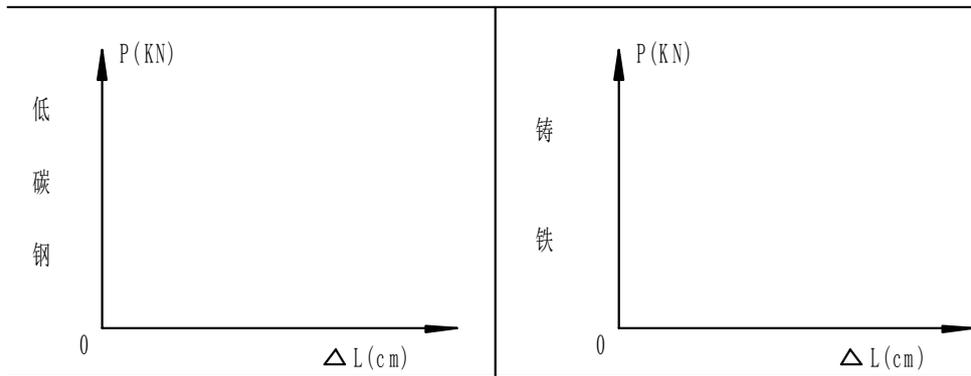
低碳钢的强度极限 $\sigma_b = P_b / A_0 =$ (MPa)

$$\text{延伸率 } \delta = \frac{L_1 - L_0}{L_0} \times 100\% =$$

$$\text{断面收缩率 } \psi = \frac{A_0 - A_1}{A_0} \times 100\% =$$

铸铁（拉伸）的强度极限 $\sigma_b = P_b / A_0 =$ (MPa)

4、拉伸图：



5、试件破坏前后的形状

材 料	拉 伸 破 坏 前	拉 伸 破 坏 后
低 碳 钢		
铸 铁		

四、试验结果讨论

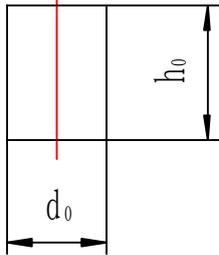
1.3 压缩实验

一. 试验的目的:

1. 测定压缩时铸铁的强度极限 σ_b 。
2. 观察试件的破坏现象，分析铸铁的抗拉与抗压特性的差异。

二. 实验概述

与拉伸试验一样,压缩试验也是一种常用的试验方法.由于在工程实践中,许多构件是在压缩载荷下工作的,而材料的机械性能是随着载荷形式的不同而不同的.因此,除了通过拉伸实验了解材料的拉伸性能外,还必须通过压缩试验来了解金属材料的压缩性能。对于脆性材料进行压缩尤为必要。例如,铸铁在拉伸和压缩条件下的强度极限是不同的。



金属材料的压缩试验一般采用圆形试件，用作破坏性试验时采用短圆柱形试件 ($d_0=10\sim 25\text{mm}$, $h_0=1\sim 3 d_0$)，如图 2-1 所示。试件两端面的加工要求较高，两端平行且与轴线垂直，表面粗糙度小于 0.8。其目的在于确保压缩过程中的稳定性并减小端面摩擦，使试验结果能反映材料的真实特性。

图 1-2 压缩试件

三. 试验设备、仪器:

1. 万能材料试验机
2. 游标卡尺
- 3.

四. 试验方法与步骤:

1. 测定试件直径,以最小直径计算截面积。
2. 试验机准备: 选择机器吨位, 通过计算机或试验机上的控制盒调整横梁到达适当的高度。
3. 试件安装: 将试件安置在试验机压缩区域工作平台的中心位置上。
4. 压缩试验: 通过软件对初始载荷等参数进行清零, 然后通过计算机或试验机控制盒对试件进行加载。由软件跟踪并记录试验过程, 绘出试验曲线。铸铁受压时在变形很小的情况下即发生破坏, 因此只能测出 P_b , 可以由 $\sigma_b=P_b/A_0$ 求得铸铁材料的压缩强度极限。

注意事项:

- (1) 铸铁破坏时的裂纹与中心轴线成 $45^\circ\sim 50^\circ$ 的倾角。
- (2) 由于铸铁是脆性材料, 试件压缩时应注意防止试件破碎时的碎片跳出伤人, 加载过程要缓慢。

1.4 压缩实验报告

班级_____姓名_____学号_____同组者_____日期_____.

一、试验目的

二、试验设备

1.试验机名称及型号

2.量具名称及型号

三、试验记录与计算

1.试验前试件尺寸记录:

材料	截 面 直 径			最小截面积 A_0 (cm ²)
	(1)	(2)	平均	
铸 铁				

2.测定与计算结果

材 料	最大载荷 P_b (KN)	强度极限 σ_b (MPa)
铸 铁		

3.计算结果

铸铁的强度极限 $\sigma_b = P_b / A_0 =$ _____ (MPa)

4.试件破坏前后的形状

材 料	压 缩 实 验 前	压 缩 破 坏 后
铸 铁		

思考题:

- 1.铸铁压缩时试件沿 45° 破坏说明了什么问题?
- 2.铸铁的抗拉强度与抗压强度有何差异?

实验二 扭转实验

2.1 扭转实验

一. 试验目的:

1. 测定低碳钢剪切屈服极限 τ_s 以及剪切强度极限 τ_b 。
2. 测定铸铁剪切强度 τ_b 。
3. 观察 M_n — ϕ 曲线, 比较低碳钢与铸铁扭转破坏断口形态。

二. 试验原理:

圆柱形试件受扭, 材料完全处于纯剪切应力状态, 因此常用扭转实验来研究不同材料在纯剪切条件下的机械性能。

本实验所采用的钢与铸铁扭转试件均为圆形截面, 试件计算长度 L_0 是直径的五倍 (YB36-64), 头部形状由试验机夹头决定, 采用扁平形, 如图 2-1 所示。

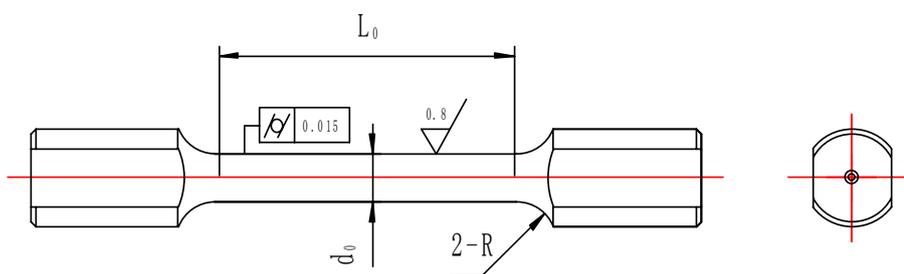


图 2-1

低碳钢扭转试验

试件装夹在扭转试验机上受扭时, 在绘图仪上自动绘制出 M_n — ϕ 曲线 (图 2-2), 当扭矩 M_n 在 M_p 之内时, 材料完全处于弹性变形范围之内, 即 OA 段为直线。 M_n 与 ϕ 成正比, 服从虎克定律。此时试件截面上剪切应力沿半径方向呈线性分布, 如图 2-3 (a) 所示。 $\tau = M_n \rho / I_p$, τ 与

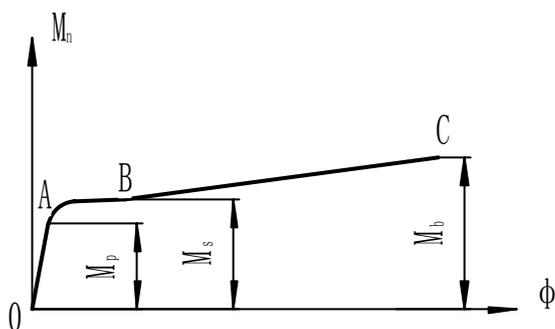
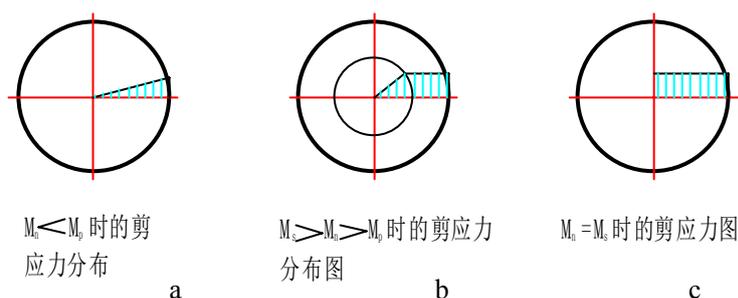


图 2-2 低碳钢的 M_n — ϕ 曲线

图 2-2 低碳钢 M_n — ϕ 曲线



$M_n < M_b$ 时的剪
应力分布

a

$M_n > M_b > M_p$ 时的剪应力
分布图

b

$M_n = M_b$ 时的剪应力图

c

图 2-3 低碳钢圆轴在不同扭矩条件下的剪应力分布

ρ 成正比, 最大剪应力位于截面边缘 ($\rho=R$) 处。当 $M_n = M_p$ 时, M_n 是最大剪切应力等于比例极限时的扭矩。

当扭矩超过 M_p 后 (即 $M_n > M_p$), 试件横截面上剪应力分布发生变化 (如图 2-3 (b) 所示), 在试件截面边缘, 材料发生塑性流动, 形成环形塑性区。同时 $M_n-\phi$ 图略微上升出现曲线 AB 段。此后试件上的塑性区逐渐向内部扩展, 直至塑性区占据几乎全部的截面。在这个过程中, 扭矩盘上的指针几乎不动, $M_n-\phi$ 图 B 段趋于平坦近似于水平直线。至此, 可以认为整个圆截面上各点处的剪切应力均已达到屈服极限 τ_s , 应力均匀分布于整个截面, 如图 2-3 (c) 所示。

$$M_s = \int_0^R \tau_s \cdot 2\pi\rho^2 \cdot d\rho = \tau_s \int_0^R 2\pi\rho^2 d\rho = \frac{4}{3}\tau_s W_p$$

$$\text{式中 } W_p = \frac{\pi R^3}{2} = \frac{\pi d^3}{16}$$

由上述积分公式可得 τ_s 的计算公式:

$$\tau_s = \frac{3 M_s}{4 W_p}$$

W_p ——抗扭截面模量。当扭转试验机刻度盘指针停止不动时, 可读得 M_s 的数值。

对试件继续加载, 材料继续发生扭转, 待达到 $M_n-\phi$ 图上 C 点时, 试件因剪切而断裂。其最大扭矩 M_b 可由扭矩刻度盘的副针读出。此时截面上的应力达到剪切强度极限 τ_b 。与求 τ_s 值的方法相同, 可按下列式计算:

$$\tau_b = \frac{3M_b}{4W_p}$$

2、铸铁的扭转试验

对于脆性材料, 当试件受扭直至破坏, 其 $M_n-\phi$ 图近似地为一曲线, 如图 2-5 所示。因此, 其剪切强度极限 τ_b 仍近似地使用圆轴受扭线弹性应力公式计算:

$$\tau_b = \frac{M_b}{W_p}$$

3、试件破坏情况

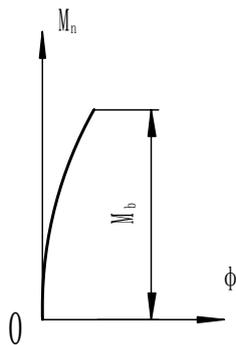


图 2-4 铸铁 $M_n-\phi$ 曲线

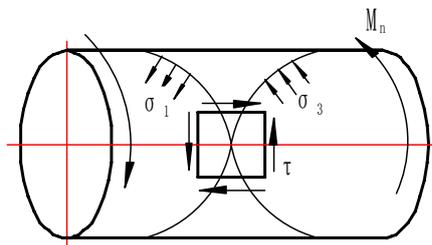


图 2-5 纯剪切应力状态

由理论分析可知, 受扭试件材料处于平面应力状态, 沿垂直的平行于试件轴线的各平面产生剪应力, 而与轴线成 45° 角的各平面上则是只作用着正应力。如图 2-5 所示。主应力分别为 $\sigma_1 = \tau$ 和 $\sigma_3 = -\tau$ 。低碳钢的抗拉强度高于剪切强度, 故试件沿横截面剪断; 而铸铁的抗拉强度低于剪切强度, 故试件沿 45° 方向拉断。如图 2-6 所示。

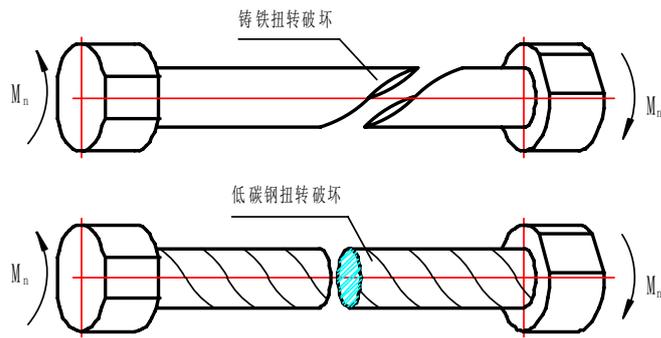


图 2-6

三. 试验仪器设备

1. 扭转试验机
2. 游标卡尺

四. 试验步骤

1. 用游标卡尺测量试件直径。
2. 接通扭转试验机电源，接通微机电源，启动测试软件，使软件处于联机工作状态。
3. 将试件两端安装在试验机夹头内并夹紧。
4. 用粉笔在试件上沿轴线作一标记，以便观察试件扭转变形情况。
5. 依据已设定的程序参数，启动软件进行实验。
6. 观察实验过程，注意扭转曲线的变化。
7. 实验完毕取下已破坏的试件，打印扭转曲线图。
8. 铸铁试件的试验步骤与低碳钢相同。
9. 结束工作：复原机器，清理场地。
10. 注意事项：
装夹试件时，必须注意两端应保持必要的同轴度。

五. 思考题

1. 比较低碳钢与铸铁断口形式。
2. 综合比较低碳钢与铸铁在拉伸、压缩、扭转时的机械性能、特点及破坏原因。

2.2 扭转实验报告

一、试验目的要求：

二、试验设备：

三、试验记录：

1. 试验前试件尺寸记录：

材 料	直 径 d (厘米)									最小截面积 A_0 (cm^2)
	截 面 I			截 面 II			截 面 III			
	(1)	(2)	平均	(1)	(2)	平均	(1)	(2)	平均	
低碳钢										
铸 铁										

2. 试验数据记录：

(1) 低碳钢试件

剪切屈服极限对应的扭矩： $M_{ns} =$ _____ N-m

剪切强度极限对应的扭矩： $M_{nb} =$ _____ N-m

破坏时总扭转角： $\phi =$ _____ 度。

(2) 铸铁试件：

剪切强度极限对应的扭矩： $M_b =$ _____ N-m

破坏时总扭转角： $\phi =$ _____ 度。

四、试验结果：

1、低碳钢：

剪切屈服极限：

$$\tau_s = \frac{3}{4} \cdot \frac{M_{ns}}{W_n} = \text{_____} = \text{_____} \frac{N}{\text{mm}^2} = \text{.....} \text{MPa}$$

剪切强度极限：

$$\tau_b = \frac{3}{4} \cdot \frac{M_{nb}}{W_n} = \text{_____} = \text{_____} \frac{N}{\text{mm}^2} = \text{.....} \text{MPa}$$

2、铸铁：

剪切强度极限：

$$\tau_b = \frac{M_{nb}}{W_n} = \text{_____} = \text{_____} \frac{N}{\text{mm}^2} = \text{.....} \text{MPa}$$

五、问题讨论：

阐述低碳钢和铸铁在扭转时的破坏情况有什么不同并分析其原因。

实验三 剪切模量的测定

3.1 剪切模量的测定实验

一、试验目的：

验证剪切虎克定律，测定钢材扭转弹性模量 G 。

二、试验原理：

试件装夹在扭转试验机上受扭时，在绘图软件中自动绘制出 M_n — ϕ 曲线（图 3-1），当扭矩 M_n 在 M_p 之内时，材料完全处于弹性变形范围之内，即 OA 段为直线。 M_n 与 ϕ 成正比，服从虎克定律

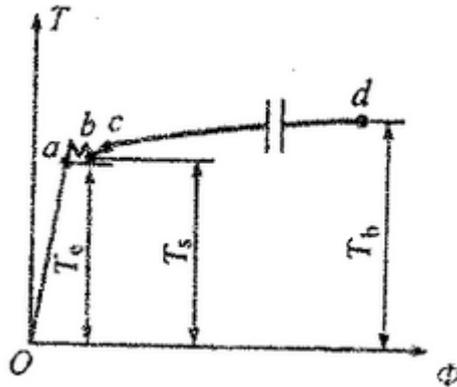


图 3-1 低碳钢的 M_n — ϕ 曲线

由理论推导知道，圆轴剪切变形时，在比例极限内，扭矩 M_n 与相应的扭转角 ϕ 有下列关系：

式中 L 为试件计算长度， I_p 为试件端面极惯性矩，对于实心圆轴 $I_p = \pi d^4/32$ 。

$$\phi = \frac{ML}{GI_p}$$

上式表明材料在剪切比例极限范围内，扭角与外力矩成线形关系。根据线形函数特性可知：

实验通常采用多级等增量加载法，这样不仅可以避免人为读取数据产生的误差，而且可以通过每次载荷增量和扭转角增量验证扭转变形的胡克定律。

注意到三个弹性参数 E ， μ ， G 之间的关系

$$G_u = \frac{E}{2(1+\mu)}$$

由材料手册查得材料的弹性模量 E 和泊松比 μ ，计算得到材料的剪切弹性模量 G ，如将计算值 G 取作真值，可将测试得到的 G 值与 G_u 值进行比较，检验测试误差。

因此，通过扭角仪，在圆试件上均等增加 ΔM_n 即可获得均等的增量 $\Delta \phi$ ，从而求得 G 。

三、试验设备与工具：

微机控制扭转试验机、游标卡尺、装夹工具等。

四、试验步骤：

1. 用游标卡尺测量试件直径。
2. 接通扭转试验机电源，接通微机电源，启动测试软件，使软件处于联机工作状态。
3. 将试件两端安装在试验机夹头内并夹紧。
4. 用粉笔在试件上沿轴线作一标记，以便观察试件扭转变形情况。

- 5.依据已设定的程序参数，启动软件进行实验。
- 6.观察实验过程，注意扭转曲线的变化。
- 7.打印扭转曲线图。
- 8.结束工作：复原机器，清理场地。
- 9.注意事项：
 装夹试件时，必须注意两端应保持必要的同轴度。

3.2 剪切模量的测定实验报告

一、试验目的的要求:

二、试验设备:

三、试验记录:

试验前试件尺寸记录:

表 3-1

材 料	直 径 d (厘米)									
	截 面 I			截 面 II			截 面 III			最小截面积 A_0 (cm^2)
	(1)	(2)	平均	(1)	(2)	平均	(1)	(2)	平均	
低碳钢										

测定低碳钢的切变模量 G

试验数据记录:

表 3-2

T / NM					
标距扭角 / 度					
扭角 φ / 度					

根据实验有关数据(记录表 3-1 和 3-2)求出试件材料的 G 值, 同时结合 E 、 μ 实验的结果(或查手册)讨论 E 、 μ 和 G 是材料的什么性能? 它们之间有什么关系?

剪切弹性模量 G 的计算:

$$\Delta T = \frac{(\quad + \quad + \quad)}{4} =$$

$$\Delta \varphi = \frac{(\quad + \quad + \quad)}{4} =$$

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32} =$$

$$G = \frac{\Delta T \cdot l}{\Delta \varphi \cdot I_p} =$$

实验四 弯曲正应力和弹性模量测定

4.1 梁弯曲正应力电测

一、试验目的

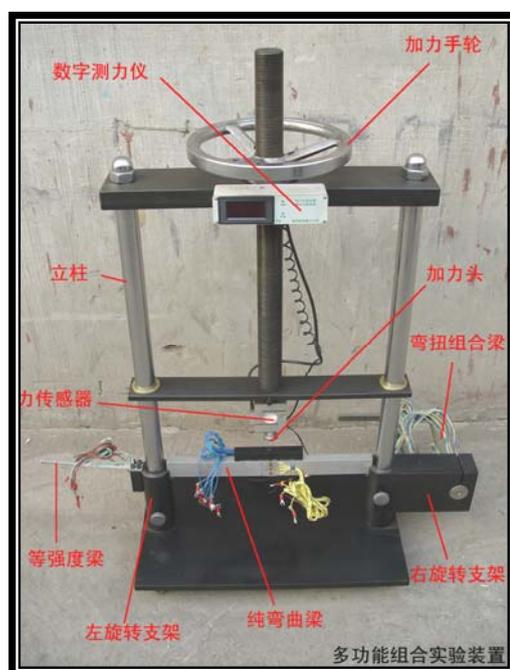
- 1、用电测法测定梁纯弯曲时沿其横截面高度的正应变（正应力）分布规律；
- 2、验证纯弯曲梁的正应力计算公式。

二、实验仪器和设备

- 1、多功能组合实验装置一台；
- 2、TS3860 型静态数字应变仪一台；
- 3、纯弯曲实验梁一根。
- 4、温度补偿块一块。
- 5、游标卡尺一把。

NH-3 型多功能组合实验装置简介

力学实验室从 2007 年 9 月起采用 NH-3 型多功能组合实验装置进行本实验（见附图）。



附图 多功能组合实验装置

NH-3 型多功能组合实验装置的技术指标：

1. 外形尺寸：(高)1000 mm × (宽)680mm × (厚)430 mm
2. 最大试验力：500KG
3. 最大实验行程：280 mm

组合实验装置的组成及使用

多功能组合实验装置由立柱、底盘、加力手轮、力传感器、数字测力仪（将电源线插头插上电源即可使用，在数字测力仪面板上设有调零电位器孔和标定调节电位器孔，开机后应予以热 10 分钟

左右，若显示数字不为零则可以调节调零电位器使之为零，标定工作出厂时已调好，一般不须再调，标定调整周期为一年）、加力头、左右旋转支架（装有定位锁紧螺母）、等强度实验梁（配加力砝码，206g/块）、纯弯曲实验梁、弯扭组合实验梁、温度补偿块等组成。

做纯弯曲实验时，转动左右旋转支架，使支架上的俩槽口相向而对，并对齐立柱和旋转支架上的黑色记号线，再旋紧定位锁紧螺母，放上纯弯曲实验梁并在梁上居中放上四点弯上压头，转动加力手轮，使压力头向下加压即可。

三、实验原理和方法

弯曲梁的材料为钢，其弹性模量 $E=210\text{GPa}$ ，泊松比 $\mu = 0.29$ 。用手转动实验装置上面的加力手轮，使四点弯上压头压住实验梁，则梁的中间段承受纯弯曲。根据平面假设和纵向纤维间无挤压的假设，可得到纯弯曲正应力计算公式为：

$$\sigma = \frac{M}{I_x} y \quad (4-1)$$

式中： M 为弯矩； I_x 为横截面对中性轴的惯性矩； y 为所求应力点至中性轴的距离。由上式可知，沿横截面高度正应力按线性规律变化。

实验时采用螺旋推进和机械加载方法，可以连续加载，载荷大小由带拉压传感器的电子测力仪读出。当增加压力 ΔP 时，梁的四个受力点处分别增加作用力 $\Delta P/2$ ，如图 4-1 所示。

为了测量梁纯弯曲时横截面上应变分布规律，在梁纯弯曲段的侧面各点沿轴线方向布置了 5 片应变片（见下图）（其中： $b=20\text{mm}$; $h=25\text{mm}$; $C=125\text{mm}$ ），各应变片的粘贴高度见弯曲梁上各点的标注。

如果测得纯弯曲梁在纯弯曲时沿横截面高度各点的轴向应变，则由单向应力状态的虎克定律公式 $\sigma = E\varepsilon$ ，可求出各点处的应力实验值。将应力实验值与应力理论值进行比较，以验证弯曲正应力公式。

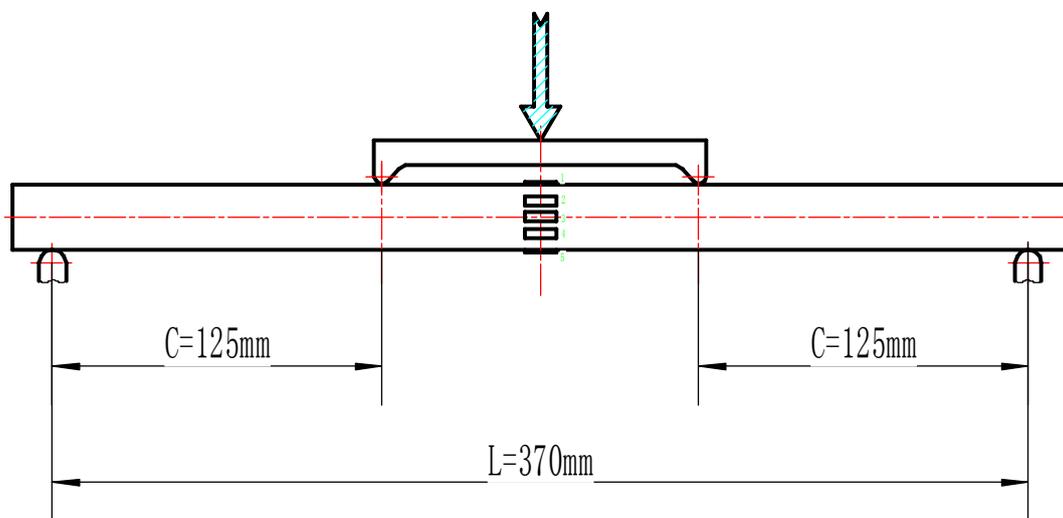


图 4-1 弯曲梁应变片分布

应变片至中性层的距离 (mm) (见实物弯曲梁上的标注)

y_1	y_2	y_3	y_4	y_5			

实验对象(纯弯曲梁)的参数测定: $b=$ mm; $h=$ mm; $c=$ mm。

应变片在各级载荷下的读数应变

载荷 (N)		读数应变 $\varepsilon_d (\mu\varepsilon)$											
P	ΔP	1 [#]		2 [#]		3 [#]		4 [#]		5 [#]			
ε_d 增量均值 ($\mu\varepsilon$)													

四、实验步骤

本实验采用电测法，采用半桥电路。

1、检查矩形截面梁的宽度 b 和高度 h 、载荷作用点到梁支点距离 c ，及各应变片到中性层的距离 y_i 。

2、检查压力传感器的引出线和电子秤的连接是否良好，接通电子秤的电源线。检查应变仪的工作状态是否良好。然后把梁上的应变片按序号接在应变仪上的各不同通道的接线柱 A、B 上，公共温度补偿片接在接线柱 B、C 上。相应电桥的接线柱 B 需用短接片连接起来，而各接线柱 C 之间不必用短接片连接，因其内部本来就是相通的。因为采用半桥接线法，故应变仪应处于半桥测量状态。应变仪的操作步骤见应变仪的使用说明书。

3、根据梁的材料、尺寸和受力形式，估计实验时的初始载荷 P_0 (一般按 $P_0 = 0.1\sigma_s$ 确定)、最大载荷 P_{\max} (一般按 $P_{\max} \leq 0.7\sigma_s$ 确定) 和分级载荷 ΔP (一般按加载 4~6 级考虑)。

本实验中取 $P_0=20\text{Kg}$ ， $\Delta P=40\text{Kg}$ ， $P_{\max}=180\text{Kg}$ ，分四次加载。实验时逐级加载，并记录各应变片在各级载荷作用下的读数应变。

则证明梁弯曲时近似为单向应力状态，即梁的纵向纤维间无挤压的假设成立。

4、实验完毕后，请教师检查数据并整理好仪器、工具和现场。

5、完成实验报告。

五、实验结果的处理

按实验记录数据求出各点的应力实验值，并计算出各点的应力理论值。算出它们的相对误差。将实验值和理论值进行比较，如果两者接近，说明弯曲正应力的理论分析是可行的。

六、思考题

1. 分析误差百分率并进行讨论。
2. 比较应变片 1#和 5#的应变值，并加以分析。

4.2 梁弯曲正应力电测实验报告

日期：_____月_____日

一、 试验目的的要求：

二、 试验设备：

三、 试验数据记录：

1、 试验前试件尺寸及有关数据：

a 弯曲梁的弹性模量：E=_____

b 应变片灵敏系数：K=_____

c 梁的尺寸及测量点位置：

应变片至中性层的距离（mm）

注意：绘制应变片分布示意图

y_1	y_2	y_3	y_4	y_5			

实验对象(纯弯曲梁)的参数测定: $b=$ _____ mm; $h=$ _____ mm; $c=$ _____ mm。

2、 试验数据记录：

应变片在各级载荷下的读数应变

载荷 (N)		读数应变 $\varepsilon_d (\mu\varepsilon)$									
P	ΔP	1#	2#	3#	4#	5#					
ε_d 增量均值 ($\mu\varepsilon$)											

四、 试验结果的计算与分析

1. 理论计算值：

钢梁的惯性矩： $I_z = bh^3/12 =$ _____ cm^4

载荷 $\Delta F =$ _____ Kg

弯矩值 $\Delta M = \Delta FC/2 =$ _____ N-cm

理论计算：按公式 $\Delta \sigma_i = \Delta M Y_i / I_z$ (MPa) 对各点的应力（理论值）进行计算，填入下面的表中。

2. 试验值计算：

$E=210$ (GPa)

实验值计算：按公式 $\Delta \sigma_i = E \Delta \varepsilon_i$ 对各点的应力（实验值）进行计算，填入下面的表中。（MPa）

计算误差百分率。

3. 实验值和理论计算比较与分析：

测点	实验应力计算 (MPa) $\Delta \sigma_i = E \Delta \varepsilon_i$	理论应力计算 (MPa) $\Delta \sigma_i = \Delta M Y_i / I_z$	误差百分率： $\frac{\Delta \sigma_{理} - \Delta \sigma_{实}}{\Delta \sigma_{理}} \times 100\%$
$\Delta \sigma_1$			
$\Delta \sigma_2$			
$\Delta \sigma_3$			
$\Delta \sigma_4$			
$\Delta \sigma_5$			

4. 数据计算：

五、思考题

1. 分析误差百分率并进行讨论。
2. 比较应变片 1#和 5#的应变值，并加以分析。

4.3 弹性模量 E 与泊桑比 μ 的测定

一. 试验目的:

1. 测定中碳钢弹性模量 E 和泊桑比 μ ;
2. 验证中碳钢在线性弹性范围内拉伸时符合虎克定律。

二. 实验原理:

弹性模量 E 是材料的重要机械性能。在构件的变形、应力或振动等计算时都要涉及弹性模量 E, 尤其是用实测方法来进行测定时, 更需要确切知道 E 的大小。

为了测 E, 一般用静载荷拉伸方法。钢材受简单拉伸时, 载荷在比例极限范围内, 服从虎克定律。于是有:

$$\Delta L = \frac{\Delta PL}{EA}$$

对一定形状尺寸的另一材料而言, L/EA 是常数。因此变形 ΔL 与载荷 P 成正比。这样给试件施加系列递增载荷 ΔP , 响应地就有系列变形 ΔL 产生。由此可以验证虎克定律, 利用虎克定律的变换公式:

$$E = \frac{\Delta P \cdot L}{A \cdot \Delta L} = \frac{\Delta \sigma}{\varepsilon_1}$$

可知, 在载荷增量 ΔP 的作用下, 试件在长度 L 内产生变形增量 ΔL 。可以通过电测的方法测定 ΔL 。当 L 、 A 已知时, 便可以算出该材料的弹性模量 E 。同时有泊桑比: $\mu = \varepsilon_2 / \varepsilon_1$

上式中: ε_1 ——轴向应变, ε_2 ——侧向应变; 其中, $\varepsilon_1 = \Delta L / L$ 。

采用电测法可以非常方便地测出 ε_1 和 ε_2 , 并由上述公式求出泊桑比 μ 。

本次实验的试件采用 45 号钢制成的平板试件, 有足够的长度。沿试件的轴向和侧向各贴有一

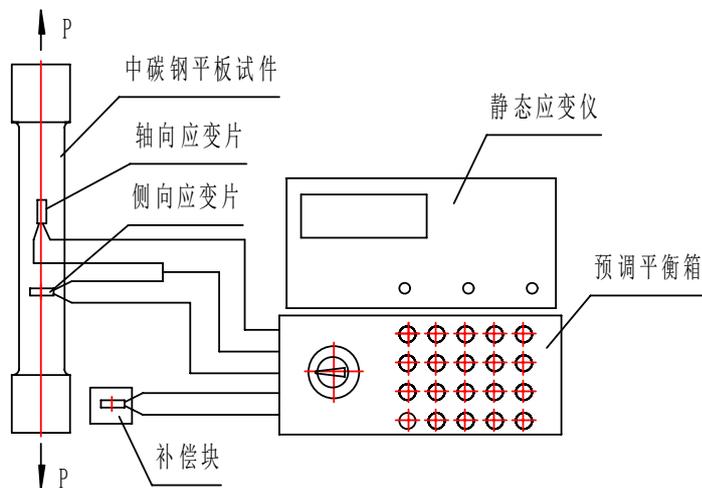


图 4-1 测 E 和 μ 纯剪切应力状态

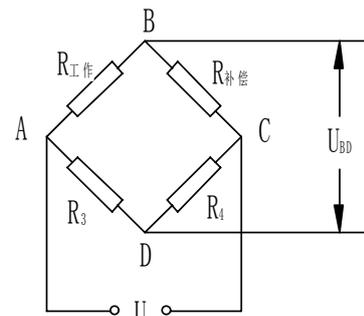


图 4-2

片电阻应变片, 见图 4-1。

实验电路原理见图 4-2。对于半桥接法即只有两个桥臂接入应变片如图一所示。电阻应变仪电桥输出 U_{BD} 与各桥臂应变片的指示应变 ε_i 有下列关系:

$$U_{BD} = \frac{1}{4} U \cdot K (\varepsilon_{\text{工作}} - \varepsilon_{\text{补偿}} - \varepsilon_3 + \varepsilon_4) \quad (1)$$

其中 $\varepsilon_{\text{工作}}$ 、 $\varepsilon_{\text{补偿}}$ 、 ε_3 、 ε_4 分别为各桥臂应变片 ($R_{\text{工作}}$ 、 $R_{\text{补偿}}$ 、 R_3 和 R_4) 的指示应变。K 为应变片灵敏系数。U 为桥压。应变片 $R_{\text{工作}}$ 与温度补偿片 $R_{\text{补偿}}$ 接成半桥。另外半桥为应变仪内部固定桥臂电

阻。 $R_{\text{工作}}$ 为工作片。试件受力时（以测 E 为例）工作片测定应变 $\varepsilon_{\text{工作}}$ 有两个部分组成，一部分是由于试件受力后引起的机械变形 ε ，第二部分是由于温度影响引起的虚假应变 ε_{t1} 。即：

$$\varepsilon_{\text{工作}} = \varepsilon + \varepsilon_{t1} \quad (2)$$

其中 ε_{t1} 这一应变是我们必须设法消除的。我们用温度补偿法就是用规格、阻值与 $R_{\text{工作}}$ 相同的应变片 $R_{\text{补偿}}$ ，贴在另一个不受力的与试件材料相同的补偿块上。此时应变片 $R_{\text{补偿}}$ 只产生由于温度引起的应变 ε_{t2} ，且有：

$$\varepsilon_{t1} = \varepsilon_{t2} \quad (3)$$

另外二桥臂是固定桥臂电阻。不反映应变变化。即：

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_4 = 0 \quad (4)$$

将 (2)、(3)、(4) 代入式 (1) 中得：

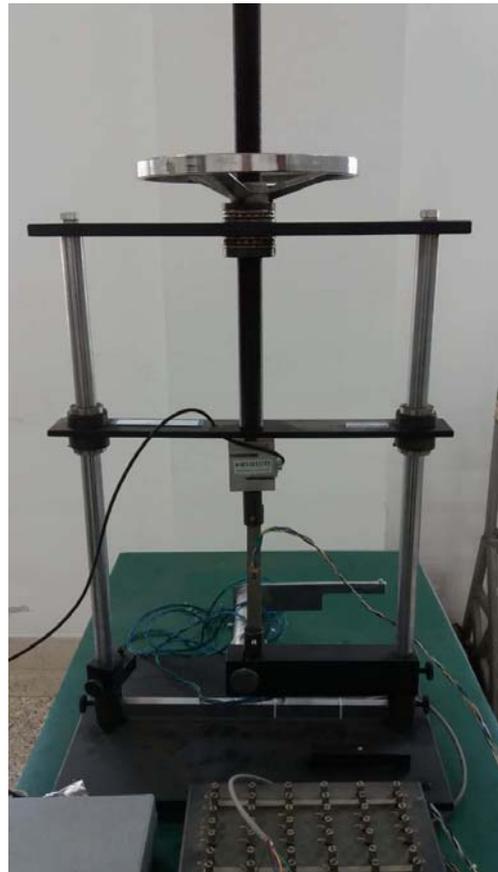
$U_{BD} = UK\varepsilon/4$ 。则电桥输出只有 ε 。这样就消除了温度影响，实现了温度补偿。

三. 试验设备：

1. 材料力学多功能试验台
2. 贴有一组电阻应变片的中碳钢试件
3. 静态电阻应变仪
4. 游标卡尺

四. 试验方法与步骤：

1. 测量试件尺寸(平均厚度与宽度)；
2. 制定加载方案；
3. 静态电阻应变仪调平衡；
4. 根据要求选择桥接方式，调整所用仪器设备。
5. 分级加载（一般分 4-6 级），记录不同载荷下的应变值，并随时检查应变值是否符合线性变化。实验至少重复两次。
6. 完成全部内容后，卸除载荷，关闭电源，设备及导线恢复原状。
7. 试验完毕后，请教师检查数据并整理好仪器、工具和现场。
8. 此实验加载时，不要过载，接线时要小心，避免损坏试件以及各种接线。
9. 完成实验报告。



附图 多功能试验台

注意事项：

1. 本试验中试件及仪器都已预先安装、调试好，同学不宜再去调整。
2. 加载过程应保持连续进行，避免忽加忽减。

4.4 弹性模量 E 与泊桑比 μ 的测定实验报告

一. 试验目的:

二. 试验设备:

1. 验机名称与型号:
2. 配套仪器名称与型号:

三. 试验记录及计算:

1. 试件材料及尺寸:

材 料	平 板 试 件		
	厚度 a (cm)	宽度 b (cm)	截面积 A_0 (cm ²)

2. 轴向和侧向应变数据记录表:

载荷 (N)	轴向应变 ($\times 10^{-6}$)		侧向应变 ($\times 10^{-6}$)	
	ϵ_1	$\Delta\epsilon_1$	ϵ_2	$\Delta\epsilon_2$
等加载荷 $\Delta P =$	轴向应变增量的平均值: $\square \bar{\epsilon}_1 =$		侧向应变增量的平均值: $\square \bar{\epsilon}_2 =$	

四. 实验数据图形处理:

五. 验数据计算结果:

1. 弹性模量 (GPa):

2. 泊桑比:

$$E = \frac{\Delta P}{A_0 \Delta \bar{\epsilon}_1} =$$

$$\mu = \left| \frac{\square \bar{\epsilon}_2}{\square \bar{\epsilon}_1} \right| =$$

六. 思考题:

1. 测量中为何要加初载?为何采用增量法加载?
2. 试件的尺寸\形状对测定弹性模量有无影响?

实验五 弯扭组合实验

5.1 弯扭组合实验

一、 试验目的:

1、采用电阻应变片和静态应变仪测定复合抗力构件上某一点的主应力大小、方向并验证理论公式。

2、进一步了解静态电阻应变仪的应用并熟悉操作方法。

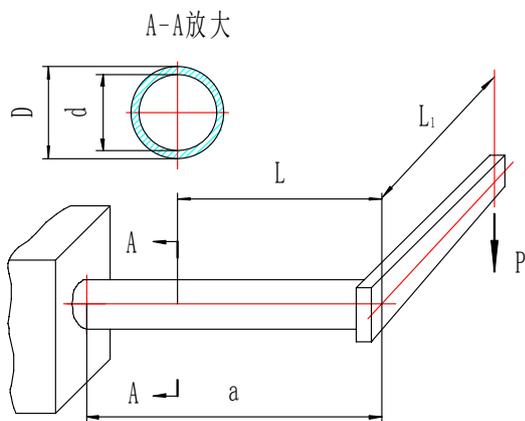


图 5-1 用空心轴测定主应力

二、 试验设备和仪器

- 1、弯曲—扭转组合实验装置
- 2、静态电阻应变仪、预调平衡箱

实验装置及其受力图如图 5-1 所示。受弯扭组合变形的试件为黄铜管或铝管，它的一端嵌入机座为固定端，另一端装有加载力臂，实验时用砝码加载。图中 A、B 为测点位置。

表 1 实验装置的有关参数以及计算时需要用到的数据

L ₁ (cm)	a (cm)	L (cm)	D (cm)	d (cm)	E (Gpa)	μ

三、 实验原理

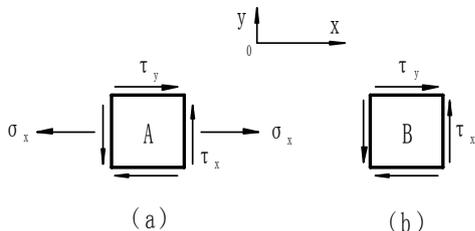


图 5-2 用空心轴测定主应力

在图 5-1 加载力臂顶端加力 ΔP ，黄铜管发生弯扭组合变形，其中 A 点有弯曲正应力和扭转剪应力，其单元体受力情况如图 5-2 (a) 所示(此处弯曲剪应力忽略)。

B 点处于弯曲中性层上，存在扭转剪应力，其单元体受力情况如图 5-2 (b) 所示。

在平面应力状态下，任一点的应力三个未知数 σ_x 、 σ_y 及 $\tau_x = \tau_y$ ，采用电阻应变仪和电阻应变片进行测定。可测得该点沿三个方向的线应变值，解出三个未知数。

在本实验中用直角应变花，它由 -45° 、 0° 、 45° 三个应变片组成，测定 A 点的三个应变值 ϵ_{-45} 、 ϵ_0 、和 ϵ_{45} 。见图 5-3 (a)。

1、测定平面应力状态下一点处的主应力大小和主平面的方位角；根据平面应变状态应变分析公式：

$$\epsilon_\alpha = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y}{2} + \frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2} \cos 2\alpha - \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 2\alpha \quad (1)$$

可得到关于 ϵ_x 、 ϵ_y 、 γ_{xy} 的三个线性方程组，解得：

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \epsilon_{0^\circ} \\ \epsilon_y &= \epsilon_{45^\circ} + \epsilon_{-45^\circ} - \epsilon_{0^\circ} \\ \gamma_{xy} &= \epsilon_{-45^\circ} - \epsilon_{45^\circ} \end{aligned} \quad (2)$$

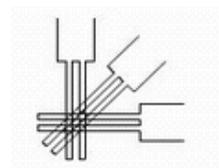


图 5-3(a) 应变花示意图

圆轴试件的一端固定，另一端通过一拐臂承受集中荷载 P，圆轴处于弯扭组合变形状态，某一截面上下表面微体的应力状态如图 5-4 (a) 和 (b) 所示。

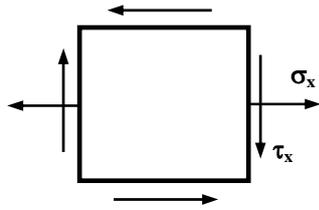


图 5-4 (a) 圆轴上表面微体的应力

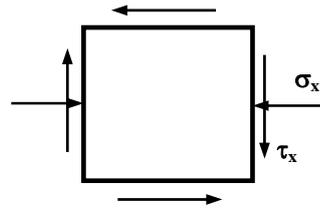


图 5-4 (b) 圆轴下表面微体的应力

由平面应变状态的主应变及其方位角公式：

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2} \\ \varepsilon_2 &= \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \mp \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\tan \alpha_0 = -\frac{\gamma_{xy}}{2(\varepsilon_x - \varepsilon_{\min})} = -\frac{\gamma_{xy}}{2(\varepsilon_{\max} - \varepsilon_y)} \quad \text{或} \quad \tan 2\alpha_0 = -\frac{\gamma_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y} \quad (4)$$

将式 (2) 分别代入式 (3) 和式 (4)，即可得到主应变及其方位角的表达式。

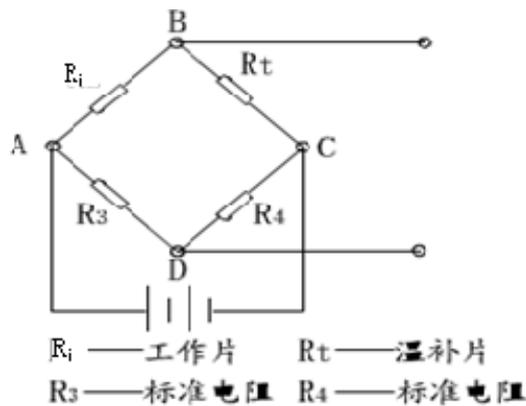
对于各向同性材料，应力应变关系满足广义虎克定律：

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_2) \quad (5)$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_2 + \mu\varepsilon_1)$$

由式 (2) ~ (5)，可得一点的主应力及其方位角的表达式为：

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{E(\varepsilon_{45^\circ} + \varepsilon_{-45^\circ})}{2(1-\mu)} \pm \frac{\sqrt{2}E}{2(1+\mu)} \sqrt{(\varepsilon_{0^\circ} - \varepsilon_{45^\circ})^2 + (\varepsilon_{0^\circ} - \varepsilon_{-45^\circ})^2} \\ \sigma_2 &= \frac{E(\varepsilon_{45^\circ} + \varepsilon_{-45^\circ})}{2(1-\mu)} \mp \frac{\sqrt{2}E}{2(1+\mu)} \sqrt{(\varepsilon_{0^\circ} - \varepsilon_{45^\circ})^2 + (\varepsilon_{0^\circ} - \varepsilon_{-45^\circ})^2} \\ \tan 2\alpha_0 &= \frac{\varepsilon_{45^\circ} - \varepsilon_{-45^\circ}}{2\varepsilon_{0^\circ} - \varepsilon_{45^\circ} - \varepsilon_{-45^\circ}} \end{aligned} \quad (6)$$



ε_{0° 、 ε_{45° 和 ε_{-45° 的测量可用 1/4 桥多点测量法同时测出

四、试验步骤

由于本次实验测量所用的应变片较多，为了提高测量速度，采用多点测量法。

具体步骤：

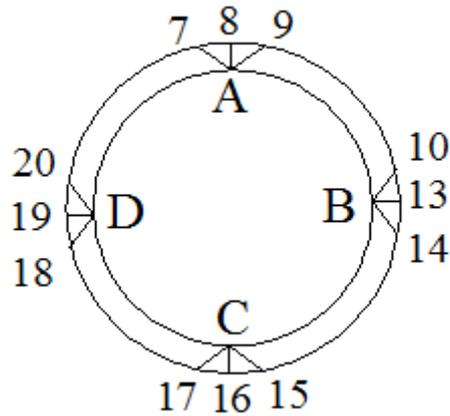
- 1、在实验指导教师的指导下调整静态电阻应变仪。本实验采用 YJ-31 型静态电阻应变仪或 YJ-25 静态电阻应变仪、P20R-25 预调平衡箱。

5.2 弯扭组合实验报告

一、试验目的：

二、试验设备：

三、试验数据记录：



应变片布置及对应通道布置位置

表 5-1：应变仪测量数据

测点号	A			B			C			D		
	-45°	0°	45°	-45°	0°	45°	-45°	0°	45°	-45°	0°	45°
通道号												
200N												
300N												
400N												
500N												
600N												
$\bar{\Delta\varepsilon}$												

A 点：

$$\sigma = \frac{M}{W_z} = \frac{\Delta P L D}{\frac{\pi}{32}(D^4 - d^4)} =$$

$$\tau_n = \frac{M_n}{W_p} = \frac{\Delta P a D}{\frac{\pi}{16}(D^4 - d^4)} =$$

$$\left. \begin{matrix} \sigma_1 \\ \sigma_3 \end{matrix} \right\} = \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau_n^2} = \left\{ \begin{matrix} \\ \end{matrix} \right. , \quad \tan 2\alpha_0 = -\frac{2\tau_n}{\sigma} =$$

B 点:

$$\sigma = \frac{M}{W_z} = \frac{\Delta PLD}{\frac{\pi}{32}(D^4 - d^4)} =$$

$$\tau_n = \frac{M_n}{W_p} = \frac{\Delta PaD}{\frac{\pi}{16}(D^4 - d^4)} =$$

$$\left. \begin{matrix} \sigma_1 \\ \sigma_3 \end{matrix} \right\} = \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau_n^2} = \left\{ \begin{matrix} \\ \end{matrix} \right. , \quad \tan 2\alpha_0 = -\frac{2\tau_n}{\sigma} =$$

C 点:

$$\sigma = \frac{M}{W_z} = \frac{\Delta PLD}{\frac{\pi}{32}(D^4 - d^4)} =$$

$$\tau_n = \frac{M_n}{W_p} = \frac{\Delta PaD}{\frac{\pi}{16}(D^4 - d^4)} =$$

$$\left. \begin{matrix} \sigma_1 \\ \sigma_3 \end{matrix} \right\} = \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau_n^2} = \left\{ \begin{matrix} \\ \end{matrix} \right. , \quad \tan 2\alpha_0 = -\frac{2\tau_n}{\sigma} =$$

D 点:

$$\sigma = \frac{M}{W_z} = \frac{\Delta PLD}{\frac{\pi}{32}(D^4 - d^4)} =$$

$$\tau_n = \frac{M_n}{W_p} = \frac{\Delta PaD}{\frac{\pi}{16}(D^4 - d^4)} =$$

$$\left. \begin{matrix} \sigma_1 \\ \sigma_3 \end{matrix} \right\} = \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau_n^2} = \left\{ \begin{matrix} \\ \end{matrix} \right. , \quad \tan 2\alpha_0 = -\frac{2\tau_n}{\sigma} =$$

表 5-2: 理论值计算结果

	A 点	B 点	C 点	D 点
σ_1				
σ_3				
$\tan 2\alpha_0$				

用以上应变值差值的平均值计算如下：

A 点：

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_1 \\ \sigma_3 \end{array} \right\} = \frac{E}{1-\mu^2} \left[\frac{1+\mu}{2} (\Delta\varepsilon_{-45^\circ} + \Delta\varepsilon_{45^\circ}) \pm \frac{1-\mu}{\sqrt{2}} \sqrt{(\Delta\varepsilon_{-45^\circ} - \Delta\varepsilon_{0^\circ})^2 + (\Delta\varepsilon_{45^\circ} - \Delta\varepsilon_{0^\circ})^2} \right]$$

$$=$$

$$=$$

$$\tan 2\alpha_0 = \frac{\Delta\varepsilon_{45^\circ} - \Delta\varepsilon_{-45^\circ}}{2\Delta\varepsilon_{0^\circ} - \Delta\varepsilon_{-45^\circ} - \Delta\varepsilon_{45^\circ}} =$$

B 点：

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_1 \\ \sigma_3 \end{array} \right\} = \frac{E}{1-\mu^2} \left[\frac{1+\mu}{2} (\Delta\varepsilon_{-45^\circ} + \Delta\varepsilon_{45^\circ}) \pm \frac{1-\mu}{\sqrt{2}} \sqrt{(\Delta\varepsilon_{-45^\circ} - \Delta\varepsilon_{0^\circ})^2 + (\Delta\varepsilon_{45^\circ} - \Delta\varepsilon_{0^\circ})^2} \right]$$

$$=$$

$$=$$

$$\tan 2\alpha_0 = \frac{\Delta\varepsilon_{45^\circ} - \Delta\varepsilon_{-45^\circ}}{2\Delta\varepsilon_{0^\circ} - \Delta\varepsilon_{-45^\circ} - \Delta\varepsilon_{45^\circ}} =$$

C 点：

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_1 \\ \sigma_3 \end{array} \right\} = \frac{E}{1-\mu^2} \left[\frac{1+\mu}{2} (\Delta\varepsilon_{-45^\circ} + \Delta\varepsilon_{45^\circ}) \pm \frac{1-\mu}{\sqrt{2}} \sqrt{(\Delta\varepsilon_{-45^\circ} - \Delta\varepsilon_{0^\circ})^2 + (\Delta\varepsilon_{45^\circ} - \Delta\varepsilon_{0^\circ})^2} \right]$$

$$=$$

$$=$$

$$\tan 2\alpha_0 = \frac{\Delta\varepsilon_{45^\circ} - \Delta\varepsilon_{-45^\circ}}{2\Delta\varepsilon_{0^\circ} - \Delta\varepsilon_{-45^\circ} - \Delta\varepsilon_{45^\circ}} =$$

D 点:

$$\left. \begin{matrix} \sigma_1 \\ \sigma_3 \end{matrix} \right\} = \frac{E}{1-\mu^2} \left[\frac{1+\mu}{2} (\Delta\varepsilon_{-45^\circ} + \Delta\varepsilon_{45^\circ}) \pm \frac{1-\mu}{\sqrt{2}} \sqrt{(\Delta\varepsilon_{-45^\circ} - \Delta\varepsilon_{0^\circ})^2 + (\Delta\varepsilon_{45^\circ} - \Delta\varepsilon_{0^\circ})^2} \right]$$

=

=

$$\tan 2\alpha_0 = \frac{\Delta\varepsilon_{45^\circ} - \Delta\varepsilon_{-45^\circ}}{2\Delta\varepsilon_{0^\circ} - \Delta\varepsilon_{-45^\circ} - \Delta\varepsilon_{45^\circ}} =$$

表 5-3: 实验值计算结果

	A 点	B 点	C 点	D 点
σ_1				
σ_3				
$\tan 2\alpha_0$				

表 5-4: 理论值与实验值相对误差

	A 点	B 点	C 点	D 点
σ_1				
σ_3				
$\tan 2\alpha_0$				